

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CENTRO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

JOÃO CARLOS DA SILVA SIMIONATO

**SELEÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES DO IBOVESPA POR MEIO DO
MODELO DE MARKOVITZ**

CURITIBA

2014

JOÃO CARLOS DA SILVA SIMIONATO

**SELEÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES DO IBOVESPA POR MEIO DO
MODELO DE MARKOVITZ**

Artigo apresentado para a conclusão do curso de
pós-graduação MBA Finanças UFPR – CEPPAD.
Turma 2013/2014.

Orientador: Prof. Marcelo Tardelli

CURITIBA

2014

RESUMO

Hoje existe disponível ao investidor do mercado de capitais brasileiro diversas opções de ações de companhias de diferentes setores da economia e porte, sendo que cada uma se comporta de acordo com os riscos e oportunidades os quais estão expostas, tais riscos e oportunidades influenciam as oscilações diárias de seus preços de mercado, tornando a seleção destas ações para a formação de uma carteira um grande desafio. Como ferramenta de suporte para esta finalidade, o modelo média-variância de Markowitz (1952) proporciona ao investidor uma melhor visão do nível de risco que a carteira está exposta auxiliando-os a minimiza-lo. Nesse trabalho com o objetivo de compor um portfólio com um perfil mínimo de risco, foi realizada a seleção de uma amostra intencional e não probabilística composta por dez empresas com ações cotadas na bolsa de valores brasileira (Ambev SA, BB Seguridade, BM&FBovespa, Companhia de Concessões Rodoviárias - CCR, Companhia Energética de Minas Gerais - CEMIG, Gerdau, Itaú Unibanco, Petrobras, Telefônica Brasil - VIVO e Vale SA) no período de 02 de Janeiro de 2014 a 30 de Maio de 2014. Com base em seus históricos de oscilações e com o auxílio de planilhas eletrônicas e da ferramenta *so/ver* Microsoft Excel, foi utilizado o modelo de Markowitz para minimizar a soma das variâncias desta carteira e estimar a melhor combinação em termos percentuais de cada empresa para compor este portfólio com o mínimo perfil de risco.

Palavras-Chave: Markowitz, média-variância, seleção de carteiras, Ibovespa, risco, *portfolio selection*.

1 INTRODUÇÃO

A recente evolução do mercado de capitais brasileiro, atribuída às diversas mudanças ocorridas no quadro macroeconômico no início da década de 1990, tais como a estabilização da economia, a abertura comercial, a abertura para investimentos estrangeiros em bolsa entre outros, tornou o mercado acionário brasileiro mais atraente e acessível aos investidores internacionais.

Tal evolução pode ser constatada pelo avanço do volume médio diário negociado na bolsa de valores brasileira, que em 2013, considerando o mercado a vista, a termo e de opções, foi recorde, alcançando R\$ 7,4 bilhões frente aos 5,29 bilhões em 2005, com uma taxa de crescimento anual composto (CAGR, do inglês *Compound annual growth rate*) de 8,8%, sendo que desse total 43,7% são originados de investidores estrangeiros, 32,8% institucionais locais, 15,2% pessoas físicas. Quanto à capitalização média de mercado das empresas, observamos um avanço de 31,7% no mesmo período, passando de 1,83 trilhões em 2009 para 2,41 trilhões em 2013 (RELATÓRIO ANUAL 2013 BM&FBOVESPA).

Hoje no mercado de capitais brasileiro existem opções de ações de empresas de diversos setores da economia e porte diverso, conseqüentemente cada uma se comporta de acordo com os riscos dos quais estas são mais expostas, tais riscos influenciam nas oscilações diárias de seus preços de mercado.

O modelo média-variância de (MARKOVITZ, 1952)¹ nos proporciona uma melhor visão do nível de risco que estamos expostos e nos auxilia a minimiza-lo. Por meio da diversificação um investidor racional busca obter o maior retorno com o menor risco, veremos a seguir, que quando dois ou mais ativos pouco relacionados compõem uma carteira de investimentos consegue-se um risco menor que a média ponderada dos riscos individuais, conseguindo algumas vezes um risco menor que o do ativo de menor risco com um retorno maior que o deste ativo.

Ações são títulos representativos da menor fração do capital social da empresa, e o acionista é mais um coproprietário da companhia, sendo as

¹ Ver mais em: MARKOWITZ, H. **Portfolio selection**. Journal of Finance, Junho, pp. 77 – 91, 1952.

ações classificadas basicamente em dois tipos: ordinárias e preferenciais (ASSAF, N, 2013 p. 206), o retorno do investimento depende dos resultados obtidos pela empresa que podem ser distribuídos na forma de dividendos e juros sobre capital próprio e também pelo ganho de capital, que é basicamente a diferença entre o preço de aquisição da ação pelo o da venda da mesma.

Para (ASSAF, N 2013) podemos identificar dois grandes tipo de risco no investimento em ações: risco da empresa captadora de recursos e risco do mercado. O primeiro é associado às decisões financeiras da empresa e o segundo diz respeito às variações imprevistas no comportamento do mercado, principalmente por mudanças ocorridas na economia.

Devido o mercado de ações caracterizar-se por tais riscos, analistas e investidores buscam formas de prever as oscilações dos preços das ações (identificar uma tendência de alta, baixa ou estabilidade do valor do ativo), na tentativa de medir os riscos, uma das formas seria o calculo da variância e/ou desvio padrão. Além de medir estes riscos, é fundamental para os investidores ter ferramentas que proporcionam alternativas para minimizar os riscos das ações, e uma das formas é por meio da diversificação.

Levando em conta as dificuldades encontradas por investidores e analistas do mercado financeiro, uma das ferramentas para diversificar um portfólio de ações minimizando a soma de suas variâncias, é o modelo média-variância de Markowitz.

Embasado nessa teoria e com auxilio de planilhas eletrônicas, foram coletados dados históricos da oscilação de algumas ações de empresas de mercado aberto negociadas na bolsa de valores brasileira. Foi selecionada uma amostra intencional e não probabilística composta por dez empresas com ações cotadas na BM&FBovespa. O segundo passo foi estimar suas variâncias individuais e também a variância do portfólio como um todo em diferentes combinações de alocação dos ativos, tendo como objetivo, alocar os ativos de modo a minimizar a soma das variâncias deste portfólio.

Este trabalho encontra-se estruturado da seguinte forma: A primeira introdutória; a segunda trata do referencial teórico-empírico; a terceira trata da metodologia usada na pesquisa; a quarta refere-se à apresentação e análise dos dados, e a quinta trata das considerações finais e recomendações.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção apresenta o contexto e a fundamentação teórico-empírica, que foi a base de conhecimento utilizada na construção da pesquisa, bem como foram mencionados alguns trabalhos e pesquisas já realizados sobre assuntos relacionados a este trabalho.

2.1 PERFORMANCE VERSUS RISCO

Encontramos na literatura diversas definições para o significado de risco de investimento. Jorion (1998) define como sendo a dispersão de resultados inesperados devido as oscilações financeiras e Securato (1996) define como o grau de incerteza a respeito de um evento. ASSF (2013) por sua vez completa ao citar o risco como a quantificação da incerteza, sendo adotado o desvio padrão como uma medida de risco.

Um ponto de partida para avaliação de desempenho em investimentos financeiros é o conceito de rentabilidade, ou da taxa de retorno, que costuma ser definida basicamente como valor final sobre valor inicial do investimento (VARGA, 2001). O cálculo da rentabilidade pode ser realizado por meio da expressão:

$$\mathcal{R} = \mathcal{V}_{t2} / \mathcal{V}_{t1} \quad (01)$$

Onde: \mathcal{R} é a rentabilidade, \mathcal{V}_{t1} é o valor inicial e \mathcal{V}_{t2} é o valor final, dado um período de investimento $t1$ e $t2$.

Porém, uma avaliação de desempenho baseada somente na rentabilidade mostra-se insuficiente para situações de grande volatilidade, e portanto conceitualmente com mais risco, como é o caso de investimento no mercado de ações.

Um dos pilares da medição de desempenho ajustada pelo risco é a abordagem de média-variância introduzida por Markowitz (1952). A teoria de Markowitz utiliza como conceito de risco o desvio-padrão ou a variância.

O risco de um ativo pode ser representado por uma medida estatística de dispersão, como a variância ou o desvio padrão. A variância do ativo representa o quanto a taxa de retorno deste ativo se afastou da média de retorno analisada, ou seja, quanto menor a variância menor a chance do rendimento se afastar do valor esperado pelo investidor e quanto maior for a variância maior será a chance do rendimento se afastar do valor esperado. A variância das taxas de retorno de um investimento é dada pela expressão (2).

$$Var(R_i) = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{N} \quad (02)$$

Onde:

\bar{R}_i : rendimento esperado do ativo "i";

R_{ij} : retorno do ativo "i" no período "j";

N: número de períodos passados analisados;

$Var(R_i)$ ou σ_i^2 : variância do ativo "i" nos "N" períodos analisados.

Outra medida de dispersão que pode ser utilizada é o desvio padrão (σ), que é obtido por meio da raiz quadrada da variância:

$$\sigma_i = \sqrt{Var(R_i)} \quad (03)$$

Onde:

σ_i : desvio padrão do ativo "i";

$Var(R_i)$: variância do ativo "i".

De acordo com ASSAF (2013), o risco total de qualquer ativo é definido como o risco sistemático (não diversificável) e o risco não sistemático (diversificável).

O risco definido como não sistemático (diversificável), é identificado na característica do próprio ativo, não se alastrando aos demais ativos da carteira e pode ser total ou parcialmente eliminado do portfólio pela inclusão de novos ativos que não tenham correlação positiva entre si. Já o risco sistemático não pode ser eliminado e/ou reduzido. Esse risco tem origem nas flutuações a que está sujeito o sistema conjuntural, político, econômico e social, cada ativo se comporta de forma diferente diante da situação conjuntural estabelecida. Não há como evitar totalmente risco sistemático, sendo indicada a diversificação da carteira como medida preventiva (ASSAF, N, 2013 p. 268).

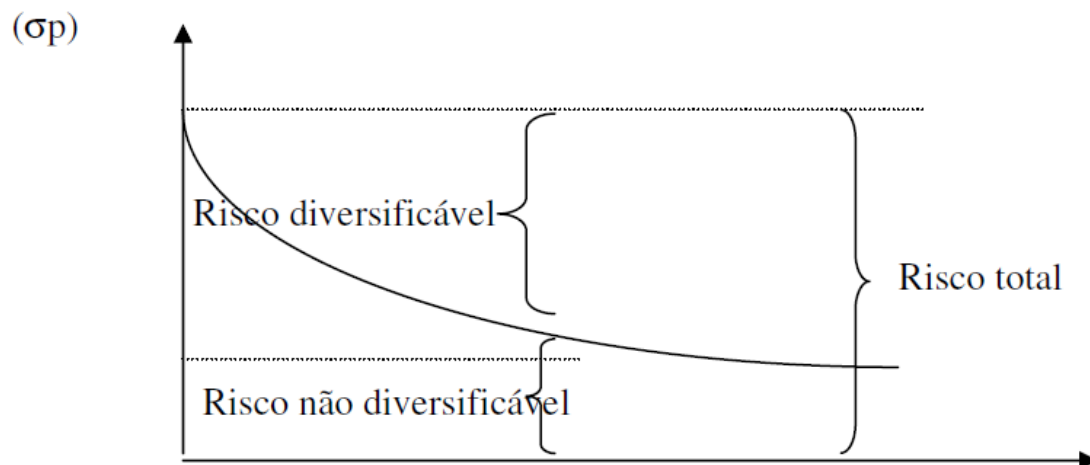


FIGURA 1 - REDUÇÃO DO RISCO PELA DIVERSIFICAÇÃO

FONTE: SILVA (2008)

Na Figura 1, pode-se observar que, conforme se amplia a diversificação da carteira com a inclusão de mais ativos financeiros, o risco total reduz em função da eliminação do risco diversificável. O que podemos afirmar que o risco de um portfólio pode ser reduzido mediante um processo de diversificação.

2.2 TEORIA DO PORTFÓLIO

Para Markowitz (1952) “Um *portfolio* eficiente é aquele que apresenta o máximo de retorno esperado para determinado nível de risco, ou o menor nível de risco para determinado retorno esperado”. Outras maneiras de se obter estimativas para o retorno esperado são a utilização de modelos econométricos baseados no APT (*Arbitrage Pricing Theory*) ou CAPM (*Capital Asset Pricing*)².

Markowitz (1952) desenvolveu um método que mede o risco de uma carteira, como a soma das variâncias individuais de cada ação e covariâncias entre pares de ações da carteira, de acordo como o peso de cada ação na carteira. Ele pondera que deve haver uma carteira de ações que maximiza o

² Ver mais sobre APT e CAPM em: SOBREIRO, V et al. **A utilização do CAPM e APT na análise de investimento: Um estudo de caso**. III SEGeT – Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia. – São Carlos, SP. 2004. Disponível em < http://www.aedb.br/seget/artigos06/967_O%20Uso%20do%20CAPM%20e%20APT.pdf> . Acesso em 8/8/2014.

retorno esperado e minimiza a variância, e esta deve ser a carteira recomendada para um investidor.

O modelo básico de Markowitz pode ser dado por:

$$E = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i \quad (04)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (05)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (06)$$

$$X_i \geq 0$$

Onde:

E : Retorno esperado da carteira;

V : Variância da carteira;

X_i : Participação de cada ativo;

μ_i : Retorno esperado de cada ativo;

σ_{ij} : Covariância entre o par de ativos se (i) diferente (j) e variância se (i) igual a (j);

Markowitz utiliza a noção de risco para compor carteiras para investidores que consideram o retorno esperado algo desejável e a variância do retorno algo indesejável. O modelo mostra que enquanto o retorno de uma carteira diversificada equivale à média ponderada dos retornos de seus componentes individuais, sua volatilidade será inferior à volatilidade média de seus componentes individuais.

Como pode ser observado nas fórmulas 04 e 05, embora o retorno esperado de uma carteira seja a média ponderada dos retornos individuais, o mesmo não pode ser dito para a variância ou risco da carteira. De acordo com o modelo a variância da carteira depende da covariância entre os pares de ativos, a qual por sua vez depende da correlação entre os ativos. Portanto, quando dois ou mais ativos pouco relacionados compõem uma carteira de investimentos consegue-se um risco menor que a média ponderada dos riscos individuais, conseguindo algumas vezes um risco menor que o do ativo de menor risco com um retorno maior que o deste ativo. A Figura 2 abaixo apresenta a chamada fronteira eficiente, que mostra o risco e o retorno para as diversas composições possíveis entre dois ou mais ativos. Observa-se que quanto menor a correlação entre os dois ativos, menor é o risco da carteira.

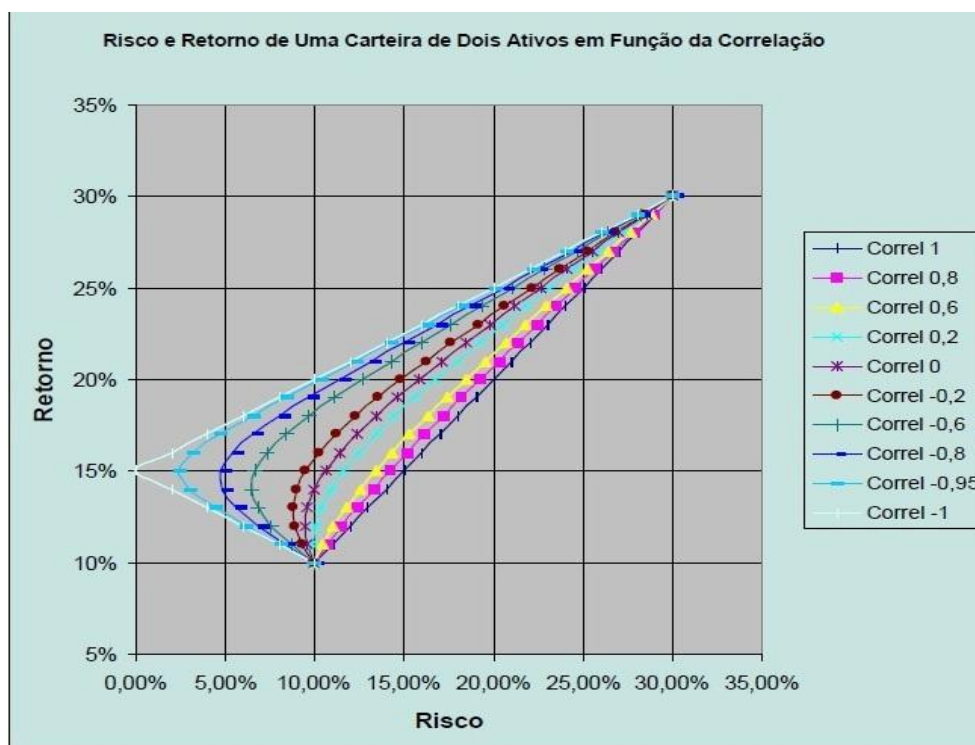


FIGURA 2 - FRONTEIRA EFICIENTE. RISCO E RETORNO DE UMA CARTEIRA DE DOIS ATIVOS EM FUNÇÃO DA CORRELAÇÃO
 FONTE: GONÇALVES, PAMPLONA e MONTEVECHI (2002)

Observa-se que quando a correlação entre os ativos é (1), não há melhora significativa na composição da carteira, o que é lógico pelo fato de se diversificar o investimento em ativos que reagem da mesma maneira as notícias do mercado. Já quando se tem uma correlação perfeitamente negativa (-1) pode-se reduzir o risco à zero, mantendo um retorno esperado de 15%.

De acordo com SÁ (1999), “quanto menor a covariância³ entre os retornos de dois títulos, menor é o risco da carteira”, de modo que se a covariância for negativa o risco da carteira será menor do que a média ponderada do risco de cada um dos ativos que a compõe. Porém é pouco provável que existam ativos com correlação perfeitamente negativa no mercado financeiro.

³ Enquanto a covariância indica o comportamento linear de interdependência de duas variáveis, a correlação linear de Person padroniza essa medida em um número adimensional que varia de -1 a 1.

2.2.1 Teoria Do Portfólio Pós-Moderna

O modelo de Markowitz no decorrer dos anos evoluía e consequentemente críticas apareceram, o que de certa forma adicionou novos conceitos ampliando os estudos sobre a teoria do portfólio. Alguns dos “novos” modelos que consideram o *downside risk* e distribuições de retornos assimétricas são LPM (*Lower Partial Moment*), VaR (*Value at Risk*) e CVaR (*Conditional Value at Risk*); Tais modelos foram possíveis graças aos avanços tecnológicos da atualidade junto com os avanços da teoria, constituem a chamada *Post-Modern Portfolio Theory* (ROM e FERGUSON, 1994; GROOTVELD e HALLERBACH, 1999; ROMAN e MITRA, 2009).

Esta análise é focada no lado das perdas (*downside risk*), quando se trata em investimentos em ações, considerando o risco de um ativo, ou seja, considera a variância para baixo do retorno desse ativo. Pois perceberam que os investidores preferem que sejam evidenciadas dispersões nos retornos para abaixo de algum nível esperado.

Nawrocki (1999) relata que Markowitz reconheceu a ideia em 1959, quando propôs a semivariância como uma medida de risco mais adequada, tanto por representar algo mais aproximado do comportamento do consumidor e melhor se adequar quando os retornos dos ativos não são normais. Porém, no período das publicações de Markowitz e Roy as otimizações necessitavam de um tempo computacional inviável, assim o modelo por média-variância foi mais bem aceito.

Nos últimos anos as discussões sobre o tema *downside risk* cresceram substancialmente, principalmente, com os avanços computacionais da atualidade. Diversos modelos como LPM - *Lower Partial Moment*, VaR e CVaR foram desenvolvidos seguindo destas ideias originárias dos anos 50. Nos últimos anos os pesquisadores estão tratando o tema como Teoria do Portfólio Pós-Moderna ou PMPT – *Post Modern Portfolio Theory*⁴.

⁴ Para mais informações sobre a Teoria do Portfólio Pós-Moderna, *downside risk* ou semivariância, recomendo o seguinte artigo. ARAUJO, A; MONTINI, A; SECURATO, J. **Teoria Do Portfólio Pós-Moderna: Um Estudo Sobre a Semivariância**. XIII SEMEAD, 2010. Disponível em: < <http://www.ead.fea.usp.br/semead/13semead/resultado/trabalhosPDF/598.pdf> >. Acesso em 08/05/2014.

3 METODOLOGIA

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa aplicada, que objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigidos à solução de problemas específicos.

O tipo de amostragem utilizada é o não probabilístico por conveniência e intencional que, segundo Hair Jr. *et al.* (2005), “Este tipo de amostragem não permite ao pesquisador, contudo, extrapolar os dados, visto que não se conta com um número de casos suficiente ou suporte estatístico para tal, deve ficar circunscrito ao evento analisado”.

Quanto aos procedimentos técnicos utilizados, o delineamento desta pesquisa é não experimental ou *ex-post facto*. Não sendo possível manipular os dados e não havendo controle sobre as variáveis estudadas, pois trata de fenômenos já ocorridos, esse delineamento considera constatações exclusivamente correlacionais entre as variáveis estudadas (GIL, 2002).

3.1 COLETA E TRATAMENTO DE DADOS

Por meio do site UOL ECONOMIA COTAÇÕES, foram coletados dados históricos das oscilações diárias dos retornos de dez empresas (Ambev SA, BB Seguridade, BM&FBovespa, Companhia de Concessões Rodoviárias - CCR, Companhia Energética de Minas Gerais - CEMIG, Gerdau, Itaú Unibanco, Petrobras, Telefônica Brasil - VIVO e Vale SA) negociadas na bolsa de valores brasileira no período de 02 de Janeiro de 2014 a 30 de Maio de 2014.

A seguir, com base nos seus históricos de oscilações das rentabilidades diárias, foi estimado o risco individual de cada ativo e a matriz de covariâncias. E por ultimo, com o auxilio de planilhas eletrônicas e do *so/ver*, foi obtida a melhor combinação em termos percentuais de ativos para compor este portfólio de modo a minimizar a soma das variâncias (risco) desta carteira.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

O modelo de media-variância de Markowitz foi aplicado de maneira intencional e não probabilística em dez ações de empresas da bolsa de valores brasileira, propositalmente de setores distintos da economia brasileira conforme a tabela 1, e também por serem ações de empresas com grande representatividade no volume negociado e na capitalização de mercado da Bm&FBovespa. Por meio delas foram obtidos dados das oscilações diárias das rentabilidades no período de 02/01/2014 a 30/05/2014 em que houve pregão na bolsa.

TABELA 1 -EMPRESAS E SETORES

CÓDIGO	EMPRESAS	SETOR
ABEV3	Ambev SA	Consumo e Varejo
BBSE3	BB Seguridade	Seguros
BVMF3	BMFBovespa	Financeiro
CCRO3	Companhia de Concessões Rodoviárias - CCR	Transporte
CMIG4	Companhia Energética de Minas Gerais - CEMIG	Energia
GGBR4	Gerdau	Siderúrgico
ITUB4	Itaú Unibanco	Financeiro
PETR4	Petrobras	Petróleo
VIVT4	Telefônica Brasil - VIVO	Telecomunicações
VALE5	VALE	Mineração

FONTE: Elaborado pelo autor, 2014.

No período da amostra foi observado a rentabilidade média dos retornos de cada empresa bem como seu risco individual (variância e desvio padrão). A tabela 2 ilustra esse comportamento individual de cada empresa.

Podemos observar com base no desvio padrão e variância dos retornos médios diários, que no período da amostra a empresa que apresentou maior risco individual foi a Petrobras (PETR4) e a com menor risco foi a VIVO (VIVT4). Também verificamos que a empresa que obteve o melhor retorno médio diário no período foi a BB Seguridade (BBSE3) 0,1722% e a Gerdau (GGBR4) apresentou perdas de -0,3105%.

TABELA 2 - MÉDIA DAS REBTABILIDADES E RISCOS

	ABEV3	BBSE3	BVMF3	CCRO3	CMIG4	GGBR4	ITUB4	PETR4	VIVT4	VALE5
Média	0,091%	0,172%	0,037%	0,009%	0,122%	0,310%	0,101%	0,004%	0,012%	0,217%
Variância	0,024%	0,025%	0,041%	0,030%	0,053%	0,031%	0,023%	0,064%	0,020%	0,035%
Desv Pad	1,538%	1,574%	2,017%	1,735%	2,307%	1,749%	1,524%	2,523%	1,411%	1,876%

FONTE: Elaborado pelo autor, 2014.

Após ter sido obtido o risco individual e a rentabilidade média de cada empresa, o próximo passo foi tentar buscar qual seria a melhor combinação em termos percentuais para compor uma carteira de investimento, objetivando minimizar a soma das variâncias. Para tanto foram necessárias algumas etapas e procedimentos, como veremos a seguir.

O primeiro passo foi criar uma matriz de covariância e variância dos retornos conforme a tabela 3.

TABELA 3 - MATRIZ E COVARIÂNCIA DO RETORNO DE UMA CARTEIRA

Ação	1	2	3	...	N
1	$X_1^2 \sigma_1^2$	$X_1 X_2 Cov(R_1, R_2)$	$X_1 X_3 Cov(R_1, R_3)$		$X_1 X_N Cov(R_1, R_N)$
2	$X_2 X_1 Cov(R_2, R_1)$	$X_2^2 \sigma_2^2$	$X_2 X_3 Cov(R_2, R_3)$		$X_2 X_N Cov(R_2, R_N)$
3	$X_3 X_1 Cov(R_3, R_1)$	$X_3 X_2 Cov(R_3, R_2)$	$X_3^2 \sigma_3^2$		$X_3 X_N Cov(R_3, R_N)$
.					
.					
.					
N	$X_N X_1 Cov(R_N, R_1)$	$X_N X_2 Cov(R_N, R_2)$	$X_N X_3 Cov(R_N, R_3)$		$X_N^2 \sigma_N^2$

FONTE: Ross, Westerfield e Jaffe (2008)

Onde:

σ_i é o desvio-padrão dos retornos da ação i;

$Cov(R_i, R_j)$ é a covariância entre os retornos da ação i e da ação j.

O desvio-padrão de um único ativo aparece na diagonal principal, já as covariâncias entre os retornos de dois ativos estão situados fora da diagonal e com a soma de todas as células que compõem a tabela acima se encontra a variância do portfólio.

Posteriormente, com os dados das oscilações diárias de cada empresa, foi criada uma matriz de covariância dos retornos das empresas (tabela 4). De acordo com SÁ (1999), “Quanto menor a covariância entre os

retornos de dois títulos, menor é o risco da carteira”, de modo que se a covariância for negativa o risco da carteira será menor do que a média ponderada do risco de cada um dos ativos que a compõe.

TABELA 4 - MATRIZ DE COVARIÂNCIA DOS RETORNOS DAS EMPRESAS

MATRIZ DE VARIANCIAS COVARIANCIAS										
	ABEV3	BBSE3	BVMF3	CCRO3	CMIG4	GGBR4	ITUB4	PETR4	VIVT4	VALE5
ABEV3	0,023%	0,012%	0,012%	0,011%	0,009%	0,006%	0,009%	0,012%	0,003%	0,007%
BBSE3	0,012%	0,025%	0,016%	0,010%	0,004%	0,006%	0,010%	0,019%	0,006%	0,010%
BVMF3	0,012%	0,016%	0,040%	0,016%	0,013%	0,012%	0,017%	0,029%	0,009%	0,019%
CCRO3	0,011%	0,010%	0,016%	0,030%	0,012%	0,016%	0,012%	0,016%	0,007%	0,012%
CMIG4	0,009%	0,004%	0,013%	0,012%	0,053%	0,007%	0,011%	0,025%	0,011%	0,009%
GGBR4	0,006%	0,006%	0,012%	0,016%	0,007%	0,030%	0,008%	0,020%	0,005%	0,016%
ITUB4	0,009%	0,010%	0,017%	0,012%	0,011%	0,008%	0,023%	0,024%	0,008%	0,014%
PETR4	0,012%	0,019%	0,029%	0,016%	0,025%	0,020%	0,024%	0,063%	0,014%	0,023%
VIVT4	0,003%	0,006%	0,009%	0,007%	0,011%	0,005%	0,008%	0,014%	0,020%	0,004%
VALE5	0,007%	0,010%	0,019%	0,012%	0,009%	0,016%	0,014%	0,023%	0,004%	0,035%

FONTE: Elaborado pelo autor, 2014.

Após a criação das matrizes, e por meio da seleção da célula do Excel, utilizou-se a ferramenta *Solver* para minimizar a variância desta carteira. Para aplicar esse suplemento do Microsoft Excel, algumas restrições e condições foram feitas. As restrições impostas ao modelo são as seguintes:

- ✓ A soma das proporções deveria ser igual a 1;
- ✓ As proporções deveriam ser menores ou iguais a 1; e
- ✓ As proporções deveriam ser maiores ou iguais a 0.

Com base nessas restrições, buscando minimizar a soma da variância desta carteira de ações. Temos na tabela 5, nela por meio do *solver*, obteve-se a melhor participação em termos percentuais de cada empresa visando minimizar a soma total da variância dessa carteira de ações.

TABELA 5 – CARTEIRA OTIMIZADA PELO SOLVER

Código	Empresa	Setor
ABEV3	Ambev SA	23,33%
BBSE3	BB Seguridade	10,57%
BVMF3	BMFBovespa	0,00%
CCRO3	Companhia de Concessões Rodoviárias - CCR	0,00%
CMIG4	Companhia Energética de Minas Gerais - CEMIG	2,51%
GGBR4	Gerdau	13,49%
ITUB4	Itaú Unibanco	8,02%
PETR4	Petrobras	0,00%
VIVT4	Telefônica Brasil - VIVO	34,66%
VALE5	VALE	7,42%
TOTAL		100,00%

FONTE: Elaborado pelo autor, 2014.

Durante o período analisado, essa carteira otimizada pelo *solver* apresentou uma variância de 0,010% e/ou um desvio padrão de 1%, valores inferiores ao de qualquer empresa individual no período (ver tabela 2). Portanto a carteira otimizada pelo *solver* mostrou-se eficiente, de forma que a soma das variâncias deste portfólio é menor que a variância de um único ativo.

Percebe-se também, que se fosse montado uma carteira de forma ingênua (com participação de 10% de cada empresa na carteira), no mesmo período, a variância e desvio padrão seriam respectivamente de 0,014%, 1,20%, ou seja, mesmo tendo um número maior de empresas na carteira não estaríamos diversificando o portfólio da maneira mais eficiente.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentados os conceitos de risco, e como o modelo de Markovitz pode contribuir na busca da minimização do risco de um portfólio de ações, de modo que o risco total da carteira seja menor que a média ponderada dos riscos individuais dos ativos que compõe o portfólio. No período estudado obteve-se uma amostra intencional e não probabilística composta por dez empresas com ações cotadas na BM&FBovespa para compor o portfólio com o menor risco e minimizando a soma das variâncias.

Por meio da ferramenta *solver* do Microsoft Excel e fundamentado no modelo de Markovitz, estimou-se a carteira que minimiza a soma dessas variâncias (tabela 5). Observou-se que algumas empresas ficaram de fora, pois segundo modelo tais empresas não contribuíram para reduzir a variância do portfólio com base período analisado. Porém não pode-se considerar que tais empresas teriam um perfil inadequado de risco para se investir, pois este estudo tem algumas limitações, como por exemplo a janela de dados históricos de retorno das empresas, e o fato de que não se recomenda a utilização somente do modelo estatístico para minimizar o risco de um portfólio.

De acordo com Vieira *et al* (2010), “Um modelo estatístico busca representar o máximo as condições reais do mercado, porém nem sempre é possível ter acesso a todas informações e dados que representam o processo em si, tendo sempre em mente que modelos são apenas abstrações da realidade”.

O modelo apresentado buscou minimizar a variância, que é uma medida estatística de dispersão, que leva em consideração o quanto a taxa de retorno deste ativo se afastou da média de retorno analisada, ou seja, tanto retornos para cima como para baixo. Porém nos últimos anos, graças aos avanços tecnológicos, cresceram as discussões sobre o tema *downside risk*, cuja análise é focada somente no lado das perdas. Diversos modelos como LPM (*Lower Partial Moment*), VaR (*Value at Risk*) e CVaR (*Conditional Value at Risk*) foram desenvolvidos seguindo destas ideias originárias de Markovitz. Pesquisadores estão tratando o tema como Teoria do Portfólio Pós-Moderna ou PMPT – *Post Modern Portfolio Theory* (NAWROCKI e CUMOVA 2007).

Vale lembrar também, que os resultados obtidos neste período não necessariamente repetirão no futuro, visto que o desempenho de uma carteira de ações não se baseia somente em dados passados, mas considera outras variáveis, aspecto políticos e econômicos. Porém é conveniente e útil utilizar o modelo de Markovitz como ferramenta de apoio para a tomada de decisão de investimento, uma vez que o mesmo mensura de maneira simples os riscos dos quais o investidor está exposto, e possibilita uma ferramenta para seleção de ativos que minimiza o risco total de uma carteira de investimento.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, A; MONTINI, A; SECURATO, J. **Teoria Do Portfólio Pós-Moderna: Um Estudo Sobre a Semivariância**. XIII SEMEAD, 2010. Disponível em: <<http://www.ead.fea.usp.br/semead/13semead/resultado/trabalhosPDF/598.pdf>>. Acesso em 08/05/2014.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 12. Ed. São Paulo: Atlas. 2014.

BM&FBOVESPA. **Empresas Listadas**, 2014. Disponível em: <<http://www.BM&FBovespa.com.br>>.

FORTUNA, EDUARDO. **Mercado Financeiro: Produtos e Serviços** 19 Ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2013.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994.

GONÇALVES, C.; PAMPLONA, E.; MONTEVECHI, J. **Seleção de Carteiras Através do Modelo de Markowitz para Pequenos Investidores (Com o Uso de Planilhas Eletrônicas)**. IX Simpep outubro de 2002. Bauru, SP.

HAIR JR., J. F. et al. **Análise multivariada de dados**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

INFOMONEY. Notícias e cotações. Disponível em: <<http://www.infomoney.com.br>>.

JORION, P. **Bolsa de Mercadorias & Futuros. Value at Risk**: A nova fonte de referências para o controle de risco de mercado. São Paulo: BM&F, 1998.

MARKOWITZ, H. M **Portfolio Selection: Efficient diversification of investments**. Nova York: Wiley, 1959.

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection**. Journal of Finance, Junho, pp. 77 – 91, 1952.

MARKOWITZ, H. **Foundations of portfolio theory**. Journal of Finance, junho, pp. 469 – 477, 1991.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection**. 6ª reimpressão da 2ª edição. Massachusetts : Blackwell, 1997.

NAWROCKI, D; CUMOVA, D. **A Symmetric LPM Model for Mean-Semivariance Optimization**. Working paper. Villa Nova, 2007. Disponível em: <<http://www90.homepage.villanova.edu/michael.pagano/DN%20Cumova-Nawrocki%20Symmetric%20Semivariance%20Optimization%20V1.pdf>>. Acesso em: 08/05/2014.

OLIVEIRA M, CARVALHO K, ROMA C, MELO F. **Otimizando uma Carteira de Investimento: Um Estudo com ativos do Ibovespa no Período de 2009 a 2011**. Disponível em: <<http://www.fate.edu.br/ojs/index.php/RRCF/article/view/9>>. Acesso em: 08/05/2014.

ROSS, S.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. **Administração Financeira: corporate finance**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

SHARPE, W. F **Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk**. Journal of Finance, 19, 1964, p. 425-442.

SILVA, C. A. G. **Gerenciamento de Risco da Carteira Otimizada**. In: XXVIII ENEGEP, 2008, Rio de Janeiro.

SECURATO, J. **Decisões financeiras em Condições de Risco**. São Paulo: Atlas, 1996.

SOBREIRO, V. *et al.* **A utilização do CAPM e APT na análise de investimento: Um estudo de caso.** III SEGeT – Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia. – São Carlos, SP. 2004. Disponível em <http://www.aedb.br/seget/artigos06/967_O%20Uso%20do%20CAPM%20e%20APT.pdf> . Acesso em 8/8/2014.

TOSTA DE SÁ, G. **Administração de Investimentos:** Teoria de carteiras e gerenciamento de riscos. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.

UOL ECONOMIA. Cotações. Disponível em: <economia.uol.com.br/cotacoes>.

VARGA, G. **Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros.** RAC, v. 5, n. 3, p. 215-245, set./dez. 2001.

VIEIRA, W. S. *et al.* **Aplicação da métrica Value at Risk a índices de bolsas de valores de países latino-americanos: um estudo utilizando os modelos de previsão de volatilidade EWMA, EQMA e GARCH.** Revista Perspectiva, ano 34, n. 126. p. 19-32, jun. 2010.